

Recenzja rozprawy doktorskiej

mgra inż. Michała Szymczyka

pt. „Fractional viscoplasticity for metallic materials under dynamic loading”

1. Podstawa recenzji

Pismo z dnia 02.03.2020 r. (wg daty z umowy, na piśmie błędnie podano datę 03.02.2020 r.) Przewodniczącego Rady Dyscypliny Inżynierii Lądowej i Transportu Politechniki Poznańskiej prof. dr hab. inż. Franciszka Tomaszewskiego oraz egzemplarz rozprawy doktorskiej mgra inż. Michała Szymczyka pt. „Fractional viscoplasticity for metallic materials under dynamic loading”.

2. Ogólna charakterystyka pracy

Przedmiotem rozprawy jest sformułowanie lepkoplastycznego prawa konstytutywnego wykorzystującego pochodne ułamkowe na bazie modelu Perzyny do opisu zachowania się materiałów metalicznych pod obciążeniem dynamicznym oraz analiza wyników symulacji numerycznych uzyskanych z zastosowaniem tego prawa.

Recenzowana rozprawa liczy 125 stron, na których znajduje się 41 rysunków, 3 tablic oraz 201 wzorów. Praca składa się ze strony tytułowej, podziękowań, spisu treści, streszczeń w języku angielskim i polskim, listy symboli, 5 ponumerowanych rozdziałów oraz bibliografii zawierającej 226 pozycji. Praca jest napisana w języku angielskim.

Rozdział 1 (*Introduction*, 12 stron) jest wprowadzeniem do tematyki rozprawy. Autor przedstawia motywacje oraz aktualny stan wiedzy odnośnie analiz numerycznych materiałów metalicznych obciążonych dynamicznie. Następnie omawia zjawiska anizotropowości, nielokalności oraz stref ścinania. Kolejnym elementem jest krótkie przedstawienie lepkoplastyczności oraz pochodnych niecałkowitego rzędu. Rozdział ten zawiera również cel rozprawy, listę zadań oraz sformułowaną tezę, a także opis zawartości poszczególnych rozdziałów. Na końcu została podana lista opublikowanych artykułów oraz referatów konferencyjnych Doktoranta.

Rozdział 2 (*Foundations of Continuum Mechanics and FEM*, 22 strony) ma charakter podręcznika akademickiego i składa się z dwóch części. W pierwszej części Doktorant przedstawił podstawy teoretyczne Mechaniki Ośrodka Ciągłego wychodząc od opisu ruchu ciała poprzez opis jego deformacji i definicję tensorów odkształcenia dochodząc do pojęcia tensora naprężenia. Autor zamieścił definicje kilku tensorów deformacji (lewy i prawy tensor Cauchego-Greena) i odkształcenia (Green, Almansi) oraz przytoczył wzory na wyznaczanie tensorów naprężenia Cauchego, Kirchoffa oraz pierwszego i drugiego tensora Pioli-Kirchoffa). W kolejnych podrozdziałach zostały krótko omówione zasady równowagi oraz zachowania masy i energii, a następnie zostały przytoczone pierwsza i druga zasada termodynamiki oraz ogólne zasady

formułowania praw konstytutywnych. Druga, krótsza (7 stron) część tego rozdziału jest wprowadzeniem do Metody Elementów Skończonych (MES) ze szczególnym uwzględnieniem metody jawnej (explicit) całkowania równań ruchu zastosowanej w niniejszej rozprawie do analizy zagadnień dynamicznych.

Rozdział 3 (*Fractional Stress-Gradient Thermo-Viscoplasticity*, 24 strony) zawiera definicję pojęcia pochodnej ułamkowej, ze szczególnym uwzględnieniem pochodnej Riesz-Caputo. W kolejnym podrozdziale Autor przybliżył klasyczną teorię lepkoplastyczności Perzyny. Na jej podstawie zbudował nowe prawo konstytutywne łączące oba wspomniane elementy. Po podaniu podstaw teoretycznych Doktorant opisał szczegóły implementacji tego modelu w programie Abaqus/Explicit z wykorzystaniem procedury użytkownika VUMAT. Prawo to zostało następnie wykorzystane do przeprowadzenia szeregu analiz numerycznych dla próbki sześcienniej poddanej rozciąganiu. Szczególną uwagę zwrócono na wpływ na wyniki nowych parametrów materiałów oraz parametrów zdefiniowanych w klasycznym modelu Perzyny. Omawiane rezultaty zostały opublikowane w czasopiśmie *Symmetry* (70 pkt wg nowej listy MNiSW).

Rozdział 4 (*Fractional Viscoplasticity with extended constitutive structure*, 28 stron) zawiera dalsze modyfikacje prawa konstytutywnego zdefiniowanego w poprzednim rozdziale. Do sformułowanego już modelu Perzyny połączonego z pochodnymi ułamkowymi zostało dodane sprzężenie z temperaturą, izotropowe wzmocnienie i osłabienie oraz mechanizm mikrouszkodzeń. W związku z wprowadzonymi rozszerzeniami konieczne był uaktualnienie implementacji prawa materiałowego do programu Abaqus. Symulacje numeryczne wykonano dla trójwymiarowego modelu próbki o kształcie kości psa poddanej osiowemu rozciąganiu. Dokładnej analizie poddano otrzymane pola odkształceń lepkoplastycznych oraz temperatury. Zbadano także ewolucje zmiennych stanu w różnych punktach materialnych. Wykonano również obliczeniami parametryczne dla różnych prędkości obciążenia oraz różnych wartości parametrów definiujących pochodną ułamkową. Uzyskane rezultaty zostały opublikowane w czasopiśmie *Thin-Walled Structures* (140 pkt wg nowej listy MNiSW).

Rozdział 5 (*Conclusion and Future Work*, 5 stron) jest podsumowaniem wykonanych zadań, przeprowadzonych analiz numerycznych oraz uzyskanych rezultatów i wniosków. Zawiera również listę potencjalnych kierunków dalszych badań naukowych.

3. Ocena rozprawy

3.1. Znaczenie problemu badawczego

Ciągłe zwiększanie mocy obliczeniowej komputerów sprawia, że możliwe staje się modelowanie numeryczne zjawisk, które jeszcze kilka lat temu z uwagi na poziom skomplikowania i/lub wielkość analizowanego problemu nie mogły zostać poddane takiej analizie. Jednocześnie możliwe jest uzyskanie informacji o strukturze i właściwościach różnych materiałów nie tylko na poziomie makro, ale także na poziomie mezo lub nawet mikro. Symulacje numeryczne stają się nieodłącznym elementem towarzyszącym projektowaniu nowych elementów i materiałów. Trend ten dotyczy (może z nieco mniejszą intensywnością) także budownictwa (inżynierii lądowej). Jednakże wykorzystanie nowych narzędzi numerycznych wymaga znajomości ich możliwości oraz ograniczeń, a także poprawnego ich stosowania.

Recenzowana rozprawa doktorska mgr inż. Michała Szymczyka wpisuje się w aktualny trend formułowania praw konstytutywnych (w tym wypadku dla materiałów metalicznych) w coraz dokładniejszy sposób opisujący ich zachowanie z uwzględnieniem nieliniowości, anizotropii,

plastyczności i innych zjawisk charakterystycznych dla rozważanej klasy materiałów. Prowadzi to do lepszego zrozumienia zachowania się materiału poddanego obciążeniom o zróżnicowanym charakterze, co pozwala na bardziej efektywne ich wykorzystanie oraz zwiększa bezpieczeństwo konstrukcji/elementów, które są z nich wykonywane. Temat ten uważam za ważny i aktualny.

Formułowanie praw konstytutywnych nie jest zadaniem łatwym. Wymaga dogłębnej znajomości własności danego materiału, wiedzy z obszaru Mechaniki Ośrodków Ciągłych (MOC) oraz Metody Elementów Skończonych (MES), a także umiejętności programowania. Uważam, że Doktorant bardzo dobrze poradził sobie z postawionym problemem. Wykazał się umiejętnością poruszania w wyżej wymienionych obszarach. O skali trudności i skomplikowania teorii wykorzystanej do budowy własnego prawa materiałowego niech świadczy liczba 201 wzorów umieszczonych w tekście rozprawy. Równie imponująca jest liczba cytowanych publikacji (226 pozycji), których lektura wymagała dużego nakładu czasu i zaangażowania Doktoranta. Co więcej, w większości są to prace anglojęzyczne, co potwierdza dobrą orientację Autora w zakresie analizy literatury przedmiotu na świecie. Nie można jednocześnie zapomnieć, że tematyka rozprawy jest dalszym rozwinięciem badań naukowych prowadzonych przez Promotora oraz Promotora Pomocniczego. Z jednej strony ułatwia to szybsze przyswojenie niezbędnych informacji, z drugiej pozwala na analizę bardzo zaawansowanych i skomplikowanych problemów.

3.2. Elementy oryginalne

Praca zawiera wiele elementów oryginalnych. Zaliczam do nich:

1. sformułowanie prawa materiałowego łączącego teorię lepkoplastyczną Perzyny z pochodnymi niecałkowitego rzędu (ułamkowymi) z uwzględnieniem osłabienia,
2. implementacja sformułowanego prawa materiałowego w języku Fortran do programu Abaqus/Explicit z wykorzystaniem procedury VUMAT,
3. wykonanie symulacji numerycznych na poziomie punktu materialnego z analizą wpływu poszczególnych parametrów prawa konstytutywnego,
4. wykonanie symulacji numerycznych dla modelu trójwymiarowego poddanego rozciąganiu z analizą wpływu poszczególnych parametrów prawa konstytutywnego na proces lokalizacji odkształceń oraz powstawania anizotropii w analizowanej próbce.

3.3. Uwagi i pytania do dyskusji

Wysoka ocena rozprawy nie oznacza powstawania pytań lub wątpliwości. Wręcz przeciwnie, ciekawa tematyka i wysoki poziom zastosowanej teorii zachęca (lub nawet prowokuje) do ich stawiania.

1. Na początku rozprawy (strona ix) Doktorant stwierdza, że w budownictwie stosuje się modele materiałowe uwzględniające wpływ prędkości deformacji w sytuacjach, gdy konieczna jest analiza dynamiczna konstrukcji (*Rate-dependent material models are used in civil engineering when a dynamic response of structure has to be examined*). Czy nie jest to zbyt ogólne stwierdzenie? Czy zawsze konieczne jest modelowanie materiałów z uwzględnieniem prędkości deformacji? Czy dla pewnych klas materiałów lub/i pewnych zakresów prędkości przykładania obciążenia wystarczy tylko uwzględnianie bezwładności materiału?
2. Komentarza/uszczegółowienia wymaga również stwierdzenie na stronie 2-giej mówiące o tym, że anizotropia i nielokalność są powszechnymi cechami materiałów naturalnych

i stworzonych przez człowieka oraz o wynikającej stąd niejednorodności (*anisotropy and non-locality are common properties that exist in natural and man-made materials. The heterogeneity, that stems from these properties*). Czy metale są materiałem niejednorodnym? Zależy to (co najmniej) od poziomu obserwacji. Podobnie beton, na poziomie makro traktujemy go jako materiał jednorodny i izotropowy.

3. W poprzednim punkcie pojawiło się pojęcie nielokalności jako cechy materiału, które niestety nie zostało sprecyzowane w tekście rozprawy. W wersji uproszczonej nielokalność polega na uśrednianiu wybranej zmiennej (lub zmiennych) stanu odpowiedzialnych za osłabienie materiału. Praktycznym celem takiego postępowania jest uzyskanie wyników niezależnych od siatki elementów skończonych. Taka operacja uśrednienia odbywa się w przestrzeni Euklidesowej poprzez 'wymianę informacji' między sąsiednimi punktami materialnymi/całkowania. Tutaj nielokalność jest wprowadzona w przestrzeni naprężeń i odpowiedź materiału zależy wyłącznie od stanu materiału w danym punkcie. Można zatem doszukiwać się pewnej analogii do modelu gradientowej plastyczności (jawnej) stosowanej przez de Borsta i Pamina (i generalnie praw konstytutywnych z gradientami odkształceń). Pojawia się zatem pytanie: czy celem wprowadzenia takiej nielokalności jest zapewnienie 'poprawności działania' (regularyzacja), czy też modyfikacja prawa materiałowego np. dla uzyskania anizotropii? W przypadku analizowanego prawa materiałowego w obliczeniach dynamicznych nie ma konieczności regularyzacji, gdyż zapewnia to model Perzyny. Co by się jednak stało, gdyby zastosować pochodne ułamkowe w analizie problemów statycznych? Czy podejście to miałyby własności regularyzacyjne? Czy znane są Doktorantowi przykłady takich analiz?
4. W pracy wykonano symulacje numeryczne definiując modele trójwymiarowe. Jednakże ze względu na geometrię i przyłożone obciążenie można by się było pokusić o zdefiniowanie zagadnienia jako problemu dwuwymiarowego. Oczywiście rodzi to pytanie o przyjęcie stanu naprężenia/odkształcenia i może stwarzać trudności w implementacji prawa materiałowego (zwłaszcza dla plastyczności w płaskim stanie naprężenia). Ma jednak podstawową zaletę: zmniejsza liczbę niewiadomych i w konsekwencji skraca czas obliczeń. Czy Autor nie zastanawiał się nad taką alternatywą (model 2D)? Jakie argumenty zdecydowały o wyborze modelu 3D? Czy może w analizowanych problemach występują zjawiska, których nie są w stanie uchwycić modele płaskie?

3.4. Uwagi krytyczne o charakterze ogólnym

W pracy pojawia się również kilka stwierdzeń, które uznaję za błędne lub wymagające doprecyzowania/uzupełnienia. Uwagi te zostały podzielone na dwie grupy: o charakterze ogólnym (niniejsza sekcja) i bardziej szczegółowym (następny podrozdział).

1. Prawie jak każda rozprawa także i ta zawiera tezę. Za Doktorantem (strona xi) można ją zapisać jako: sformułowanie modelu lepkoplastycznego wykorzystujące pochodne ułamkowe poprawia opis zachowania metali obciążonych dynamicznie (*fractional formulation of the viscoplastic model improves the description of metals behavior under dynamic loading*). Niestety, nie jest ona do końca prawdziwa. Dla jej udowodnienia brakuje porównania wyników symulacji numerycznych z wynikami eksperymentalnymi. Świadomość tego braku miał chyba także Doktorant, który w ramach przysyłanych zamierzeń w punkcie 2-gim (strona 91) wymienił konieczność potwierdzenia stosowności sformułowanego modelu poprzez porównanie z eksperymentem. Teza, która w dokładniejszy sposób odzwierciedlałaby treść rozprawy, mogłaby brzmieć:

sformułowanie modelu lepkoplastycznego wykorzystujące pochodne ułamkowe zwiększa możliwości (potencjał) w opisie zachowania metali obciążonych dynamicznie.

2. Brak porównania wyników symulacji numerycznych z wynikami eksperymentalnym jest niestety widoczny w tekście pracy. Przykładowo: czy wartości temperatur podane na Rys. 4.6b (strona 69) są realistyczne? Czy są eksperymenty, z którymi można je porównać?
3. W kilku miejscach (m. in. na stronach 28, 82, 88, 89) pojawia się zdanie o analizie sprzężonych pól przemieszczeń i temperatury. Na stronie 28 Autor rozprawy stwierdza, że układ równań (zaprezentowany w podrozdziale 2.4) opisuje ogólną klasę problemów termo-mechanicznych. Nie jest to jednak prawda. Jedynym analizowanym polem jest pole przemieszczeń. W tekście nie pojawiają się żadne składowe teorii oraz parametry modelu konieczne do analizy pola temperatury (równanie przepływu ciepła, współczynnik rozszerzalności cieplnej itp). Temperatura jest wielkością pochodną wynikającą z powstawania odkształceń niesprężystych w materiale (nie ma natomiast sprzężenia w drugą stronę). Kiedy takie założenie jest uzasadnione? Dla jakich klas materiałów i/lub analizowanych problemów (dynamika)?
4. W tym kontekście nieco mylące jest przyjęcie efektywnego odkształcenia lepkoplastycznego ϵ^p , temperatury ν oraz porowatości ξ jako zbioru równorzędnych zmiennych opisujących stan materiału w danym punkcie (strona 59). Te dwie ostatnie wielkości są bowiem zależne od odkształcenia ϵ^p , gdyż bez zmiany odkształceń lepkoplastycznych nie nastąpi zmiana temperatury i/lub porowatości materiału. Oczywiście wprowadzenie tych zmiennych znacząco ułatwia opis zachowania się materiału (z uwagi na przyjęte bardzo skomplikowane zależności ewolucji tych wielkości). Sprzężenie pomiędzy tymi wielkościami jest jednak przyjętym założeniem, a nie wnioskiem wynikającym z obliczeń (jak podano na stronie 68).
5. W rozdziale 2-gim przy opisie podstaw Mechaniki Ośrodka Ciągłego Autor podaje definicje kilku miar odkształcenia oraz naprężenia. Przechodząc do opisu Metody Elementów Skończonych przyjmuje założenie o nieskończenie małych przemieszczeniach, a w konsekwencji o równoważności różnych miar odkształceń i naprężeń. Podane definicje stają się wówczas de-facto niepotrzebne. Bez żadnego uszczerbku dla integralności rozprawy to założenie mogłoby być przyjęte wcześniej, a definicje pominięte. Z drugiej jednak strony przy omawianiu wyników symulacji numerycznych Doktorant podaje (strona 78), że wartość maksymalna (skala na rysunkach) odkształcenia ϵ^p przyjęto równą 1.5. Jest to bardzo duża wartość, która poddaje w wątpliwość prawidłowość przyjęcia „małych przemieszczeń”.

3.5. Uwagi krytyczne o charakterze szczegółowym

1. strona iii: Autor stwierdza, że stosował licencje edukacyjne programów komputerowych (*were available to me under educational license*), z reguły nie są licencje edukacyjne, tylko badawcze/akademickie (ang. research/academic) albo niekomercyjne (ang. non-commercial).
2. strona 3: Autor pisze, że w geomateriałach nieortogonalność jest związana z dylatacją, która [...] (*In geomaterials, non-normality is associated with dilatancy that ...*). A co kryterium Druckera-Pragera ze stowarzyszonym prawem płynięcia? Stosowanie niestowarzyszonego prawa płynięcia wynika z faktu, że dla stowarzyszonego prawa płynięcia zmiany objętościowe są zbyt duże.

3. Strona 4: problem złego uwarunkowania problemu początkowo-brzegowego dotyczy nie tylko praw sprężysto-plastycznych z niestowarzyszonym prawem płynięcia, ale również ze stowarzyszonym prawem płynięcia, co mógłby sugerować tekst w 1-szej linii.
4. Czy się różni nielokalność materiałowa od nielokalności związanej z pochodnymi ułamkowymi naprężeń (strona 8: *material non-locality and stress-fractional non-locality*)?
5. Strona 21: na początku ostatniego członu równania 2.52 nie powinno już być symbolu pochodnej po czasie przed całką.
6. Strona 39, wzór 3.21: klasyczna definicja nawiasu Macaulay'a uzależnia wartość od argumentu, czyli tutaj od $\Phi(F)$, a nie od zmiennej F .
7. Strona 43: nie dokonujemy podziału na podprzedziały wielkości granicznych \mathbf{a} i \mathbf{b} , tylko różnicy Δ^L i Δ^R (zgodnie z Rys. 3.2).
8. Definiowanie anizotropowości poprzez różnicowanie jednego z członów normalnych wektora Δ jest wystarczającego w przypadku analizy zagadnień rozważanych w pracy, ale nie jest podejściem uniwersalnym. Co by było, gdyby te same symulacje byłyby wykonywane w układzie współrzędnych obróconym pod pewnym kątem? Naprężenie normalne nie jest przecież niezmiennikiem.
9. Czy w przypadku kryterium HMH można mówić o powierzchni plastyczności zależnej od ciśnienia (strona 40)?
10. strona 68: Autor pisze: Na rysunkach 4.6 i 4.7 pokazano próbkę po czasie 100 ms (*In Figs. 4.6 and 4.7 the specimen after over 100 ms of loading is presented*), podczas gdy na rysunkach podano czas $t=0.108$ ms. Która wartość jest poprawna?
11. strona 68: Autor pisze: Maksymalna wartość odkształcenia nie jest równomiernie rozłożona (*The maximum value of strain is not evenly distributed*). To stwierdzenie jest niepoprawne, chodziło zapewne o obszar koncentracji „dużych” odkształceń, a nie o największą wartość.
12. Strona 89: Autor pisze: Siatka elementów skończonych została podzielona dla zapewnienia gładkiego przejścia między elementami prostymi i zakrzywionymi (*The finite mesh was partitioned to ensure a smooth transition between straight and curved elements*). Czy (i jakie) elementy zakrzywione zastosowano? Element C3D8R takim elementem nie jest.
13. Nie podano wszystkich parametrów przyjętych w symulacjach numerycznych: w tekście rozprawy nie znalazłem wartości parametrów m_a i m_b niezbędnych do wyznaczenia liczby podprzedziałów w przestrzeni naprężeń, oraz gęstości materiału (wielkość niezbędna w symulacjach dynamicznych).

3.6. Uwagi redakcyjne

Generalnie rozprawa jest zredagowana bardzo starannie, w czym na pewno pomaga stosowanie systemu składu LaTeX (choć wymaga to nieco większej wiedzy i zaangażowania niż przy stosowaniu standardowych procesorów tekstu). Na szczególną uwagę zasługuje wysoka jakość rysunków, jednolita stylowo i zgodna z czcionkami stosowanymi w tekście. Niewielkie błędy nie

obniżają wysokiej oceny. W przypadku błędów językowych największa ich grupa wynika z niepoprawnego stosowania czasowników w liczbie pojedynczej i mnogiej.

Zauważone błędy (i uwagi) redakcyjne:

- strona iii: Latex → LaTeX (w systemie składu LaTeX jest nawet polecenie \LaTeX),
- strona xi: w streszczeniu polskim 11 razy pojawia się słowo ‘model’ (na 14 zdań). Zwłaszcza w tak skondensowanym tekście warto poszukać alternatyw (np. prawo konstytutywne) lub przeformułować niektóre fragmenty,
- dzielenie wyrazów polskich: skońc-zonych (strona xi), trójwym-i-arowej (strona xi),
- strona 3: [161, 221, 30] - dlaczego numeracja pozycji bibliograficznych jest nieuporządkowana? Z czego wynika taka, a nie inna kolejność? To cytowanie jest przykładowe, nie jest jedynym tak sformatowanym cytowaniem kilku pozycji bibliograficznych,
- Strona 4: błędne cytowanie w zdaniu: A comprehensive overview of the process of quasi-static fracture in plain and reinforced concrete with constitutive models that applied non-local or second-gradient theory was given in [203],
- strona 16: displacement of a particle at time $t \rightarrow t$ powinno być pochyłe,
- strona 18, równanie 2.52: operator pochodnej jest zdefiniowany małą literą d , podczas gdy w innych równaniach jest to duża litera D ,
- strona 21 – przestrzenne pole prędkości \mathbf{v} zostało już zdefiniowane na stronie 18 i nie ma konieczności powtarzania wyjaśnienia (pojawia się ono również na stronach 22 i 23),
- strona 27: Numbers in *square* brackets → Numbers in **round** brackets,
- strona 28: do opisu ciała zastosowano symbol Ω , wcześniej stosowano symbol Ω_c ,
- Wektor naprężenia (równ. 2.97, strona 29) – charakteryzuje się nietypową kolejnością członów ścinających. Przydałby się komentarz, że wynika to z kolejności przyjętej w programie Abaqus/Explicit,
- strona 31: for strain tensor → technicznie rzecz biorąc tu jest to wektor odkształcenia,
- strona 33: For a diagonal mass matrix \mathbf{M} → brakuje daszka nad symbolem macierzy mas,
- strona 47: C38DR → C3D8R (błędny typ elementu skończonego programu Abaqus),
- strona 58: Frequency (in *MHz*) → MHz powinno być czcionką prostą,
- strona 67: zgodnie z definicją na stronie 42 $\Delta_{22} = 3.0$ powinno być podawane w MPa,
- strona 89: zdanie: ‘In was also shown that material damage starts in the area where the damage is concentrated’ jest wewnątrz ‘zapętłone’,
- dzielenie słów na sylaby: ax-isymmetric tension (strona 5), lim-itation (strona 7), strain local-ization (strona 9), Bal-ance (strona 10), param-eters (strona 27), An-alytical (strona 28), implic-itly (strona 40), Interest-ingly (strona 88).

Zauważone błędy językowe:

- strona 1: but it *relays* heavily → relies,
- strona 1: The other instance *concern* → The other instance concerns,
- strona 1: where some subset of *its* elements → where some subset of **their** elements,
- strona 7: new formulation [...], *induce* plastic anisotropy → induces,
- strona 15: denoting a *inverses* mapping → denoting an **inversed** mapping,
- strona 17: *plwhere* dV and dv → **where**,
- strona 19: traction vector, [...] *act* upon → acts,
- strona 28: Analytical solutions rarely (if ever) *exists* → exist (liczba mnoga),

- strona 30: This *lead* to the Galerkin → This **leads** to the Galerkin,
- strona 31: time-dependent nodal *displacement* → time-dependent nodal **displacements**,
- strona 32: However, for large tasks [...] *require* numerical techniques → **it** requires,
- strona 37: use of the both left and right derivative → use of the both left and right **derivatives** (liczba mnoga),
- strona 61: Components $\kappa_0(v)$ and $\kappa_s(v)$ *denotes* → denote (liczba mnoga),
- strona 61: where χ^* and χ^{**} *denotes* → denote (liczba mnoga),
- strona 74: These were chosen so → These **points** were chosen so,
- strona 88: placed both on the surface and inside the *material* → inside the **specimen**,
- strona 89: No thermal nor micromechanical *effect* were implemented here → **effects**,
- strona 89: The increase of temperature *initiate* → **initiates**.

4. Wniosek końcowy

Przedstawiona lista uwag krytycznych i mankamentów nie obniża końcowej wysokiej oceny rozprawy. Doktorant podjął się problemu o dużym stopniu zaawansowania z teoretycznego punktu widzenia. Przedstawiona do recenzji rozprawa doktorska świadczy o umiejętności formułowania i rozwiązywania przez jej Autora, mgr inż. Michała Szymczyka, zagadnień związanych z modelowaniem zjawisk zachodzących w materiałach metalicznych z wykorzystaniem teorii lepkoplastyczności i pochodnych ułamkowych.

Reasumując, stwierdzam, że recenzowana praca spełnia zdecydowanie wymagania stawiane pracom doktorskim, zgodnie z obowiązującą ustawą i dlatego stawiam wniosek do Rady Dyscypliny Inżynieria Lądowa i Transport Politechniki Poznańskiej o dopuszczenie rozprawy doktorskiej mgr inż. Michała Szymczyka do publicznej obrony.

Jery Bobinski