

Kraków, dn. 23 czerwca 2020 r.

Prof. dr hab. inż. Jacek Leszczyński  
Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica w Krakowie  
Wydział Energetyki i Paliw  
Katedra Maszyn Ciepłych i Przepływowych  
Al. Mickiewicza 30  
30 - 59 Kraków

## RECENZJA

rozprawy doktorskiej mgr inż. Michała Szymczyka  
pt.

**Fractional viscoelasticity for metallic materials under dynamic loading**

wykonana na wniosek Rady Dyscypliny Inżynieria Lądowa i Transport  
Politechniki Poznańskiej  
z dnia 25 lutego 2020 roku

### 1. Treść i zakres rozprawy

Rozprawa doktorska mgr inż. Michała Szymczyka została napisana w języku angielskim i dotyczy zastosowania rachunku operatorów niecałkowitego rzędu do matematycznego modelowania zagadnień lepkoplastyczności materiałów i konstrukcji o złożonej strukturze, wykazujących cechy anizotropowe, efekty nielokalne, i uwzględniających prawo płynięcia plastycznego. Autor testował swoje propozycje opisu na materiałach metalicznych, powszechnie stosowanych w konstrukcjach, w obszarze inżynierii lądowej. Wyniki pracy pozwalają uogólnić lepkoplastyczny model profesora Perzyny o cechy uwzględniające nielokalną propagację zniszczenia materiału, tj. cechy uwzględniające historię funkcji w formie ważonej. Takie podejście jest zgodne z własnościami pochodnej niecałkowitego rzędu, której wartość wyznaczona w danym punkcie ujmuje również historię tejże funkcji w punktach sąsiednich. W literaturze pochodne niecałkowitego rzędu nazywa się często jako „operatory z pamięcią” lub też jako „operatory z historią”. Stosowanie pochodnych niecałkowitego rzędu uogólnia podejścia opisu matematycznego procesów złożonych, bez wnikania w wewnętrzną wielkoskalową strukturę materiału i pozwala na zmniejszenie liczby współczynników charakteryzujących dany proces, a tym samym zmniejsza się niepewność w szacowaniu wartości tych współczynników.

Rozprawa składa się z pięciu rozdziałów, spisu treści, streszczenia w języku polskim i angielskim, wykazu oznaczeń, literatury. Literatura liczy 226 pozycji, w tym 2 prace Doktoranta. Całość rozprawy, łącznie ze spisem treści i oznaczeniami, zajmuje 120 stron.

Rozdział pierwszy został poświęcony nakreśleniu motywacji Doktoranta, dlaczego postanowił wykorzystać pochodne niecałkowitego rzędu. Następnie scharakteryzował stan wiedzy i literatury w zakresie niesprężystych deformacji materiałów metalicznych, przypomniał podstawowe pojęcia, takie jak: anizotropia i nielokalność, test ścinania, lepkoplastyczność, rachunek pochodnych niecałkowitego rzędu. W podsumowaniu rozdziału przedstawił własną tezę pracy pt. „Sformułowanie modelu lepkoplastycznego wykorzystujące pochodne ułamkowe poprawia opis zachowania metali obciążonych dynamicznie”, którą w kolejnych rozdziałach starał się udowodnić. Przedstawił również zakres pracy, który skupia się na opracowaniu rozwiązań przybliżonych i algorytmów rozwiązywania zagadnienia lepkoplastycznego z wykorzystaniem pochodnych niecałkowitego rzędu, implementacją własnego algorytmu w Metodzie Elementów Skończonych (MES), analizie wrażliwości modelu. W podsumowaniu tego rozdziału przedstawił własny dorobek publikacyjny składający się z 3 artykułów opublikowanych w czasopismach posiadających współczynnik wpływu (ang. *Impact Factor, IF*) i 6 wystąpień na konferencjach zagranicznych, i krajowych, gdzie wyniki opublikowano w materiałach konferencji. Sumaryczna wartość  $IF=7,149$ .

W rozdziale drugim Autor przypomina w sposób zwarty zagadnienia mechaniki kontinuum, metodę elementów skończonych, analizę tensorową po to, aby opisać ruch i deformację materiału. Przedstawia też pojęcia i własności naprężenia Cauchy'ego, pierwszego tensora naprężenia Piola - Kirchoffa, drugiego Piola - Kirchoffa. Wprowadza warunki równowagi i wiąże te warunki z I i II zasadą termodynamiki. Wnikliwie charakteryzuje MES i jawny schemat całkowania po czasie po to, aby zaznajomić czytelnika z symboliką rozprawy.

W rozdziale trzecim prezentowane są już własne wyniki Doktoranta. Rozdział ten skupia się na propozycji opisu stanu naprężenia materiału metalicznego, gdzie Autor uogólnił model lepkoplastyczny Perzyny przez wprowadzenie pochodnych niecałkowitego rzędu. Szczegółowo zajmuje się lewo- i prawostronną pochodną niecałkowitego rzędu w postaci Riesz-Caputo. Następnie opisuje własne algorytmy przybliżonego rozwiązywania równań. Prowadzi analizę wrażliwości wpływu parametrów materiału i parametrów modelu niecałkowitego rzędu na stabilność i zgodność rozwiązania z rzeczywistymi zachowaniem. Doktorant przedstawia test porównawczy w postaci jednoosiowego rozciągania kostki sześciiennej, jednostronnie utwierdzonej do podłoża.

W rozdziale czwartym Autor przedstawia model konstytutywny lepkoplastyczności niecałkowitego rzędu. Uwzględnia w sposób oryginalny sprzężenia termomechaniczne, izotropowe utwardzanie/zmiękczenie oraz mechanizm mikropęknięć w materiale, który odgrywa główną rolę w procesie pęknięcia. Uwzględnienie wszystkich efektów opisanych powyżej wymaga od



Doktoranta przygotowania nowego przybliżonego schematu rozwiązywania zagadnienia. Algorytm ten jest oryginalnym osiągnięciem twórczym Autora. Doktorant prowadzi analizę i symulacje komputerowe odkształcenia kości psa, gdzie w przestrzeni. Dokonuje oceny wpływu parametrów pochodnych niecałkowitego rzędu na rodzaj odkształcenia, lokalizację zniszczenia i propagację zniszczenia w strukturze materiału.

Rozdział piąty zawiera podsumowanie pracy i sugestie Autora na przyszłość. Doktorant dokonuje oceny wpływu parametrów modelu niecałkowitego rzędu na dynamiczne zachowanie materiału sprężysto-lepkoplastycznego. Wyniki badań można z powodzeniem stosować do dynamicznej oceny reakcji konstrukcji na obciążenie impulsowe. Można też analizować utratę stateczności konstrukcji spowodowaną awarią lub zdarzeniem nagłym.

## 2. Merytoryczna ocena rozprawy

Praca doktorska mgr inż. Michała Szymczyka stanowi istotne rozwinięcie i uogólnienie modelu lepkoplastycznego profesora Perzyny, gdyż uwzględnia wpływ procesów nielokalnych i anizotropowe własności materiału. Stosując liniową kombinację lewo- i prawostronnych pochodnych niecałkowitego rzędu, określoną w sensie Caputo, Doktorant postuluje, iż taki opis matematyczny lepiej odzwierciedla dynamiczne zachowania materiałów metalicznych, pod wpływem obciążenia dynamicznego. W licznych przykładach symulacji komputerowych taką tezę udowodnił.

Do mocnych stron rozprawy zaliczam własne, samodzielne wykonanie, przez mgr inż. Michała Szymczyka dwóch algorytmów VUMAT, gdzie potrafił zaimplementować dyskretne postacie pochodnych niecałkowitego rzędu Caputo. Ciekawym osiągnięciem jest podjęcie przez Doktoranta próby interpretacji otrzymanych wyników, w tym przedstawienia nielokalnych i anizotropowych efektów materiału metalicznego. Możliwość analizy dynamiki konstrukcji poprzez precyzyjniejszą lokalizację jej uszkodzeń, kształtu odkształceń plastycznych, rozpraszania energii mechanicznej, anizotropii materiału jest pożądanym narzędziem inżynierskim w inżynierii lądowej i takie nowatorskie narzędzie opracował Doktorant.

Należy również pozytywnie odnieść się do wysokiego poziomu wykształcenia matematycznego Doktoranta, poprzez poprawne zapisy formuł, wyrażeń i równań stanu, a także staranne formy rozwiązań przybliżonych. Wiedza i umiejętność tworzenia opisów matematycznych jest podstawą modelowania matematycznego i te dwie cechy Doktorant posiada. Wnikliwa analiza przez Doktoranta literatury (226 zacytowanych pozycji) pozwala stwierdzić, iż mgr inż. Michał Szymczyk ma wiedzę o dokonaniach innych grup badawczych i w ten sposób może krytycznie

odnieć się do obecnego stanu nauki w aspekcie mechaniki/dynamiki pęknięcia konstrukcji.

Kolejnym ważnym elementem jest staranna strona edycyjna pracy. Doktorant wykonał rozprawę w środowisku nietypowego edytora LaTeX. Wprowadził spis oznaczeń, co poprawia czytelność pracy. Rysunki i wykresy zostały wykonane niezwykle starannie, przykładowo oznaczenia na rysunkach są czytelne, nie budzą wątpliwości i „odsyłają” intuicyjnie czytelnika do wyrażenia algebraicznych przedstawionych w pracy.

Praca ma charakter rozważań i analiz teoretycznych ze wskazaniem praktycznych pól zastosowań, jak chociażby analiza dynamicznego obciążania konstrukcji, przewidywanie miejsc i rozwoju kierunków pęknięć, szacowanie dysypacji energii mechanicznej, predykcję anizotropowych własności materiału.

Rozprawa doktorska mgr inż. Michała Szymczyka, oprócz wyżej wymienionych mocnych stron, posiada również pewne braki i niewyjaśnione szerzej wątpliwości, które wymagają szerszej dyskusji, ale nie mają większego wpływu na końcową ocenę pracy. Za najistotniejsze, dyskusyjne wątki pracy uważam:

- a) Przyjęcie ograniczonej postaci pochodnej Riesz-Caputo w postaci wyrażenia (3.10) i braku wyjaśnienia dlaczego taka pochodna została wprowadzona;
- b) Niezgodność jednostek miary w równaniach (3.32), (3.40), (3.41) z fizykalną stroną analizowanego problemu, gdzie w tych postaciach wystarczyło wprowadzić współczynniki lub też funkcje skali;
- c) Brak interpretacji fizykalnej dla rzędu niecałkowitego operatora  $\alpha$ , jak również operatorów danych wyrażeniami (3.40) i (3.41).

Ponadto, doktorant ograniczył wyniki symulacji komputerowych dla rzędu operatora  $\alpha \leq 1$ . Analiza wyników stałaby się pełniejsza dla niecałkowitego rzędu operatora  $\alpha > 1$ , gdzie istniałaby możliwość uchwycenia zjawisk balistycznych.

### 3. Uwagi szczegółowe

#### Uwagi dyskusyjne, merytoryczne

Strona 35 – „... (b) each formulation is defined on the interval.”; Nie jest to pełna definicja, ponieważ operatory niecałkowitego rzędu funkcji jednej zmiennej są określane również na półosi.

Strona 35 – „the Caputo solution”; Jest to nieprecyzyjne określenie lub skrót myślowy, ponieważ Doktorantowi chodziło o lewostronne i/lub prawostronne pochodne Caputo określone dla funkcji jednej zmiennej.



Strona 37 – „... a closed interval  $(a,b)$ , ...”; jeżeli operator jest zdefiniowany w przedziale zamkniętym po powinno być  $[a,b]$  lub też  $\langle a,b \rangle$ . Jest to o tyle ważne, że w istnienie operatora wliczane są również krańce przedziału.

Strona 37 – „... antiderivative exists.”; Nie wiadomo o jaką „*anty*”-pochodną Doktorantowi chodzi. Należy to w pracy gruntownie wyjaśnić.

Strony 37 i 38 – wzory (3.12) oraz (3.14); Kroki całkowania są w nieprawidłowej potędze „ $n-\alpha$ ”. Przyjmując (strona 36), iż  $n=[\alpha]+1$ , gdzie  $[\cdot]$  oznacza część całkowitą liczby rzeczywistej otrzymujemy krok w dodatniej potędze, a powinien być w potędze ujemnej. Podobna uwaga dotyczy wzorów (3.52) i (3.53) na stronie 45.

Strona 41 – wzór (3.32); Jaką jednostkę miary posiada kierunek lepkoplastycznego płynięcia? Czy nie należałoby uzupełnić tego wyrażenia o współczynnik skali? Podobna uwaga odnosi się do tensora odkształcenia wyznaczonego ze wzoru (3.33).

Strona 41 – podrozdział 3.2.3 „... of a three-dimensional elastic-viscoplastic ...”; Chodzi o stwierdzenie trójwymiarowości i przeniesienie tego pojęcia z rachunku klasycznego na rachunek pochodnych niecałkowitego rzędu. Z uwagi na fakt, iż pochodne niecałkowitego rzędu funkcji jednej zmiennej akumulują całą historię funkcji to przeniesienie na wyższy wymiar nie jest już tak oczywiste.

Strona 42 – wyrażenia (3.40) i (3.41); Przyjęcie takich postaci funkcji materiałowych, określających nielokalność w przestrzeni naprężeń jest ograniczone do założenia niezależności pochodnej niecałkowitego rzędu od kierunku. Doktorant posługuje się lewo- i prawostronnymi pochodnymi Caputo dla funkcji jednej zmiennej, czyli funkcji określonej w jednym kierunku w przestrzeni naprężeń. Takie postaci funkcji są możliwe, ale nie wyczerpują pełnego opisu matematycznego zagadnienia. Jest to definicja warstwa, gdzie dla rozważanego kierunku pochodna niecałkowitego rzędu akumuluje historię funkcji jedynie wzdłuż tego kierunku, zaniedbując wpływ innego kierunku.

Strona 42 – wyrażenia (3.40) i (3.41); Jakie są jednostki miary dla tak przyjętych postaci operatorów pochodnych niecałkowitego rzędu? Czy nie należałoby uzupełnić te postaci operatorów o współczynnik skali?

Strona 47 – wiersz drugi od dołu, założenie  $\Delta^L = \Delta^R$ . Na jakiej podstawie przyjęto takie założenie? Jeżeli tak jest to wystarczy potraktować zadanie jako osiowosymetryczne i wykonać obliczenia jedynie dla połowy przekroju lub też jednej czwartej przekroju. Taka sama uwaga dotyczy założenia przyjętego na stronie 66.

Strona 50 – „... a waveform is forming already for ...”; Jak zinterpretować fizycznie tworzenie się tej fali?

Strona 53 – „Material hardening can be observed ...”; Dlaczego zaobserwowano utwardzanie się materiału w tych warunkach? Podobna uwaga odnosi się do „The strain-rate hardening ...” na tej samej stronie.

Strona 54 – „... *the fractional approach also introduces a degree of anisotropy ...*”; Stwierdzenie nie jest prawdziwe, ponieważ samo podejście niecałkowitego rzędu (opis matematyczny) nie wprowadza stopnia anizotropii, a jeżeli już to ten stopień opisuje, wykrywa.

Strona 54 – „*Stress wave energy ... as the directional change of the wave frequency.*”; Stwierdzenie Doktoranta jest interesujące, ale wymaga szczegółowego komentarza i przeprowadzenia dowodu.

Strona 62 – „... *numerical approximation ...*”; Recenzent ma wątpliwości czy nie powinien być użyty inny termin „*numerical interpolation*” lub też ogólniejszy „*numerical solution*”.

Strona 83 – rysunek 4.20; Temperatura jest skalarem, a pole temperatury zależy kierunku operatora  $\Delta$ . Czy Doktorant może to wyjaśnić? oraz rozważyć czy dla pola temperatury nie należałoby złożyć wyników w całość i przedstawić na jednej mapie, która podlega ewolucji ze względu na zmianę prędkości?

#### Uwagi redakcyjne

Strona 8 – „*In the was shown ...*” – błąd gramatyczny

Strona 35 – wzór (3.1); Nieprawidłowe oznaczenie jąder przekształcenia  $k_\alpha(t, \tau)$ ,  $k_\alpha(\tau, t)$  sugeruje tą samą jawną postać funkcji, a przecież we wzorach (3.5), (3.6) jawne postacie jąder różnią się od siebie.

Strona 37 – wzór (3.9); jest „ $-1^n$ ”, a powinno być  $(-1)^n$ . Ponadto znak minus przed operatorem jest niepotrzebny.

Strona 41 – wzór (3.34); nie wyjaśniono grup oznaczeń  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{33}$  oraz odpowiednio  $\varepsilon_{23}$ ,  $\varepsilon_{13}$ ,  $\varepsilon_{12}$ , a ma to konsekwencje w kolejnych podstawieniach i przekształceniach algebraicznych, gdzie trudno jest rozróżnić odkształcenia liniowe od kątowych.

Strona 58 – zdanie „... *viscoplastic flow  $\alpha$  and stress-fractional spread  $\Delta$ ,*” należałoby uzupełnić o „... *being dependent on  $\alpha$* ”, ponieważ operator pochodnej jest zależy od  $\alpha$ .

Strona 79 i 80 – podpisy pod rysunkami 4.16 i 4.17 „*Deformation of numerical model ...*”; Doktorantowi chodziło o odkształcenia postaciowe próbki, a nie odkształcenia modelu przybliżonego.

Strona 88 – drugi akapit od góry, czwarty wiersz „... *of material the.*”; Błąd gramatyczny.

Strona 89 – drugi akapit od góry, 6 wiersz, „... *only two material parameters ...*”; Jak zinterpretować te parametry ( $\alpha$ ,  $\Delta$ ) fizycznie?



#### 4. Wniosek końcowy

Mgr inż. Michał Szymczyk wykonał samodzielnie rozprawę doktorską, która wnosi wkład w rozwój dyscypliny Inżynieria Lądowa i Transport, w następujących aspektach:

- Wzbogacenie metod analizy dynamiki konstrukcji poprzez uogólnienie modelu lepkoplastycznego profesora Perzyny w postaci zastosowania pochodnych niecałkowitego rzędu, w celu nielokalnego i anizotropowego odzwierciedlenia cech badanego układu.
- Nowatorska analiza wrażliwości modelu i wykazanie, że lepkoplastyczny model niecałkowitego rzędu poszerza interpretację wyników o cechę kierunkowości rozpraszanej energii mechanicznej, cechę dokładniejszej lokalizacji i kształtu odkształceń plastycznych.

Uwagi krytyczne zamieszczone w recenzji podlegają dyskusji, odnoszą się w większości przypadków do edycyjnej strony pracy oraz w mniejszym stopniu do strony merytorycznej. Nie rzutują istotnie na poziom naukowy rozprawy doktorskiej.

Autor wykazał się bardzo dobrą znajomością modelowania matematycznego, programowania, algorytmiki, biegłego posługiwania się paginatorem LaTeX. Na gruncie teoretycznym, Doktorant wykazał się wysokim poziomem posługiwania się aparatem matematycznym – szczególnie z zakresu analizy matematycznej, poprawnym stosowaniem definicji i twierdzeń oraz bardzo dobrą ilustracją graficzną i matematyczną zagadnień mechaniki kontinuum.

**Biorąc pod uwagę ww. ocenę rozprawy stwierdzam, iż praca doktorska pana mgr inż. Michała Szymczyka spełnia wymagania stawiane pracom doktorskim i stawiam wniosek do Rady Dyscypliny Inżynierii Lądowej i Transportu Politechniki Poznańskiej o dopuszczenie jej do publicznej obrony.**

*Jacek Leszczyński*